

## **BAB II**

### **SISTEM TENAGA LISTRIK ,MUTU, DAN KEANDALAN**

Sistem Tenaga Listrik adalah rangkaian instalasi tenaga listrik dari sistem pembangkitan, saluran transmisi, gardu induk dan distribusi yang dioperasikan secara serentak dalam rangka penyediaan tenaga listrik. Dari pengertian diatas, tampak bahwa sistem tenaga listrik merupakan sebuah sistem yang kompleks dengan tiga komponen utama, yaitu sistem pembangkitan, saluran transmisi, gardu induk dan distribusi. Ketiga komponen ini harus saling mendukung satu sama lainnya, agar dapat mencapai tujuan utama dari sebuah sistem tenaga listrik yaitu menyuplai kebutuhan listrik konsumen.

Sasaran dan target yang harus dipenuhi sebuah Sistem Tenaga Listrik antara lain :

- Biaya pembangkitan yang minimal
- Dapat memenuhi kebutuhan energi konsumen
- Menghasilkan energi listrik yang berkualitas dan andal

#### **2.1. Sistem Tenaga Listrik Terpisah (Isolated) dan Sistem Tenaga Listrik Interkoneksi**

Sistem tenaga listrik biasanya dimulai sebagai sistem yang *isolated* (terpisah), kemudian berkembang secara bertahap, sehingga meliputi

daerah yang lebih luas. Kebutuhan akan unit-unit tenaga yang besar dan keandalan yang lebih tinggi mendorong tiadakannya sambungan antara sistem-sistem yang berdekatan yang disebut interkoneksi. Di Indonesia sendiri terdapat tujuh buah sistem interkoneksi dan lebih dari 600 buah sistem yang *isolated*. Hal ini disebabkan kondisi geografis negara kita yang merupakan negara kepulauan, sehingga sulit untuk dibuat satu sistem yang terinterkoneksi seluruhnya.

### 2.1.1. Sistem Tenaga Listrik Terpisah (*Isolated*)

Biasanya sistem ini diterapkan di daerah yang terpisah secara geografis dari daerah lain, dan diperlukan dana yang besar untuk membangun interkoneksi dengan Sistem tenaga listrik lain. Pulau-pulau dan daerah yang terletak di pegunungan biasanya menerapkan sistem ini. Keuntungan dan kerugian dari sistem *isolated* ini dapat dilihat pada tabel berikut : Tabel 2.1 Keuntungan dan kerugian sistem *isolated*

Keuntungan	Kerugian
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Operasi tidak tergantung pada sistem tenaga listrik lain</li> <li>• Tidak mengalami gangguan bila sistem tenaga listrik lain terganggu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kelebihan kapasitas pembangkitan tidak bisa disalurkan</li> <li>• Bila kekurangan daya tidak bisa dibantu sistem tenaga listrik lain</li> </ul>

### 2.1.2. Sistem Tenaga Listrik Interkoneksi

Beberapa sistem *isolated* yang terletak berdekatan dapat terhubung satu sama lainnya dengan interkoneksi. Meningkatkannya kebutuhan daya yang harus dilayani suatu sistem *isolated* merupakan salah satu alasan dibangunnya sistem interkoneksi. Keuntungan utama dari sistem ini adalah tiap-tiap sistem tenaga listrik dapat berbagai daya yang dibangkitkannya ke sistem tenaga listrik lain. Sementara kerugian dari sistem ini adalah bila terjadi gangguan pada suatu sistem tenaga listrik, sistem tenaga listrik lain dapat terkena imbasnya. Beberapa keuntungan dan kerugian sistem interkoneksi dapat dilihat pada tabel 2.2 berikut :

Tabel 2.2 Keuntungan dan kerugian sistem interkoneksi

Keuntungan	Kerugian
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dapat berbagai daya dengan sistem tenaga listrik lain</li> <li>• Tegangan dan frekuensi lebih stabil</li> <li>• Sistem lebih andal</li> <li>• Perlu lebih sedikit mesin sebagai cadangan untuk beban puncak (kapasitas cadangan)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Arus hubungan singkat lebih besar, sehingga perlu pemutus-arus dengan kapasitas yang lebih besar.</li> <li>• Gangguan pada suatu sistem dapat menjalar pada sistem lain</li> <li>• Frekuensi nominalnya harus sama</li> </ul>

## 2.2. Mutu dan Keandalan Pasokan Listrik

Listrik telah menjadi komponen utama dalam kehidupan manusia. Oleh karena itu, diperlukan mutu pasokan listrik yang bagus agar kehidupan kita tidak terganggu. Didalam memasok tenaga listrik ke konsumen, harus diperhatikan mengenai mutu listrik dan keandalan pasokan listrik. Mutu tenaga listrik menyangkut nilai tegangan pada setiap titik pada sistem tenaga listrik, nilai frekuensi, total harmonisasi distorsi (THD), nilai kedip tegangan, dan nilai flicker. Keandalan pasokan listrik menyangkut SAIDI (*System Average Interruption Duration Index*) dan SAIFI (*system Average Interruption Frequency Index*).

### 2.2.1. Kontinuitas Pasokan Daya

Kontinuitas pasokan daya dinyatakan sebagai ketersediaan tenaga listrik dalam suatu daerah untuk suatu periode tertentu. Indikator untuk kontinuitas pelayanan daya ini dinyatakan dalam SAIDI (*System Average Interruption Duration Index*) dan SAIFI (*system Average Interruption Frequency Index*).

SAIDI adalah besaran yang menyatakan perbandingan antara durasi terputusnya pasokan listrik yang dialami oleh

konsumen di suatu daerah untuk periode waktu tertentu dengan jumlah total konsumen yang dilayani di daerah tersebut, dan dinyatakan dalam :

$$SAIDI = \frac{\text{Jumlah Lamanya Pemadaman Dalam 1 Tahun}}{\text{Jumlah Pelanggan Yang Dilayani}}$$

atau

$$d = \frac{\sum_{i=1}^m C_i t_i}{N} \text{ jam / tahun}$$

Dimana:

d = SAIDI

M = jumlah pemadaman dalam satu tahun.

$C_i$  = jumlah pelanggan yang mengalami pemadaman.

$t_i$  = lamanya tiap-tiap pemadaman.

N = jumlah pelanggan yg di layani.

SAIDI sering dinyatakan dalam menit per tahun atau jam per tahun. Semakin kecil harga SAIDI menunjukkan kontinuitas pelayan daya yang semakin baik.

SAIFI merupakan perbandingan antara jumlah interupsi pasokan listrik yang dialami konsumen di suatu daerah untuk periode waktu tertentu terhadap jumlah total konsumen yang dilayani di daerah tersebut. SAIFI di nyatakan dalam :

$$SAIFI = \frac{\text{Jumlah Kali Padam Dalam 1 Tahun}}{\text{Jumlah Pelanggan Yang Dilayani}}$$

Atau

$$d = \frac{\sum_{i=1}^m C_i}{N} \text{ pemadaman / tahun}$$

Dimana:

$d = SAIFI$

$M =$  jumlah pemadaman dalam satu tahun.

$C_i =$  jumlah pelanggan yang mengalami pemadaman.

$N =$  jumlah pelanggan yg di layani.

Semakin kecil harga SAIFI menunjukkan kinerja sistem yang semakin baik.

### 2.2.2. Mutu Pasokan Daya

mutu pasokan daya ini meliputi tegangan, frekuensi harmoni, dan kelip tegangan (flicker) . Secara teoritis, kualitas daya yang baik berarti :

- Tegangan yang disuplai ke konsumen stabil dan dalam batas yang ditentukan;
- Frekuensi stabil dan dekat dengan nilai nominalnya;

- Bentuk gelombang tegangan menyerupai gelombang sinusoidal mulus

#### **2.2.2.1.Tegangan**

Tegangan yang diterima di sisi konsumen bervariasi sesuai dengan aliran daya di transmisi dan terutama di distribusi. Awalnya, generator menyuplai daya dengan tegangan yang tetap. Namun, seiring dengan bertambahnya arus beban maka drop tegangan sepanjang saluran juga bertambah. Artinya, perbedaan antara tegangan yang disuplai dengan tegangan yang diterima beban bervariasi sesuai permintaan daya. Di Indonesia, toleransi untuk besar tegangan yang diijinkan adalah -10%, + 5%. Tegangan yang rendah dapat menyebabkan penerangan menjadi redup dan merusak motor listrik. Sementara, tegangan yang terlalu tinggi dapat juga merusak peralatan listrik.

#### **2.2.2.2Frekuensi**

Frekuensi dapat bergeser dari nilai nominalnya jika pembangkitan dan permintaan daya tidak seimbang. Jika permintaan daya melebihi ketersediaan daya aktif pembangkit, energi akan ditarik dari energi kinetik generator yang akan melambatkan putaran generator. Pada frekuensi

rendah, jumlah daya aktif yang ditransmisikan akan lebih sedikit, dan beban akan dihindarkan dari konsumsi daya yang melebihi kapasitas pembangkitan.

Perubahan frekuensi ini sangat dipengaruhi oleh naik turunnya beban dan kesiapan pusat listrik untuk melayani beban, yaitu:

- Daya ( $P_{\text{pembangkit}} < P_{\text{beban}}$ ) maka frekuensi  $< 50$  HZ
- Daya ( $P_{\text{pembangkit}} > P_{\text{beban}}$ ) maka frekuensi  $> 50$  HZ
- Daya ( $P_{\text{pembangkit}} = P_{\text{beban}}$ ) maka frekuensi  $= 50$  HZ

Perusahaan / pemasok listrik harus mengusahakan agar frekuensi sekonstan mungkin, pada umumnya perusahaan listrik dapat mengusahakan agar frekuensi hanya  $\pm 0.1$  pada frekuensi 50 Hz.

### **2.2.2.3. Harmonik.**

Tegangan harmonik adalah tegangan frekwensi kelipatan frekwensi dasar yang digunakan sebagai dasar penilaian faktor distorsi total (total distortion factor). timbulnya tegangan harmonik tidak saja dikarenakan peralatan pemakai yang kurang memenuhi syarat, tetapi juga bisa karena peraltan atau sistem pemasok listrik. Desain generator atau trafo daya yang kurang baik dapat

menimbulkan harmonik. Walaupun harmonik ini kecil tegangannya tetapi dengan adanya kemungkinan resonansi besi tegangan harmonik ini bisa jadi besar (amplified). Kasus semacam ini tidak terjadi di sistem kelistrikan Indonesia pada umumnya. Untuk di Indonesia batasan harmonik:

- Pada sistem 20 kV faktor distorsi total yang diijinkan maksimum 5%
- Pada sistem 70 kV faktor distorsi total yang diijinkan maksimum 3%
- Pada sistem 20 kV faktor distorsi total yang diijinkan 2 % selama beberapa puluh menit.

untuk memperoleh faktor distorsi total dapat mempergunakan persamaan:

$$\lambda = \sqrt{\sum_{1}^{\infty} Bn^2}$$

Dimana:

$$Bn = \frac{Un}{U1} \text{ dengan } n \geq 2$$

Atau

$$B_n = \frac{\text{Tegangan harmonik ke } n}{\text{tegangan frkewensi dasar}}$$

Arus harmonik timbul karena adanya beban yg tidak linier. Arus harmonik akan menambah besar arus di penghantar netral. Adanya arus harmonik dapat meningkatkan rugi jaringan karena energi harmonik tidak dapat diukur meter kWh standar.

#### **2.2.2.4. Kelip Tegangan (Flicker)**

Motor dengan asutan langsung, tanur busur untuk peleburan besi menimbulkan susut tegangan yang mendadak dan berulang-ulang yang besarnya hanya antara 0.5% sampai 6.5%. Susut tegangan ini disebut kelip (flicker). Lampu pijar merupakan peraltan yang dominan dan juga merupakan alat yang paling sensitif terhadap kelip, penelitian tersebut dititik beratkan pada pengaruh kelip pada lampu pijar. Kusus untuk tanur busur listrik beberapa perusahaan listrik mengadakan pengawasan kelip.

### **2.3. Studi Analisa Aliran Daya**

Aliran daya merupakan solusi untuk sistem tenaga listrik dalam kondisi operasi yang statis. Aliran daya dilakukan untuk menentukan :

- Aliran daya aktif ( $P$ ) dan daya reaktif ( $Q$ ) pada tiap cabang jaringan
- Tegangan di busbar
- Efektif dari pengaturan ulang rangkaian dan pemasukan rangkain baru terhadap perbedaan sistem.
- Efek dari kehilangan temporer pembangkit dan saluran transmisi terhadap pembebanan sistem
- Kondisi optimal operasi sistem dan distribusi beban
- Meminimalisir *loss* daya pada sistem
- Perbaikan yang didapat dengan penggantian ukuran konduktor dan tegangan sistem.

Dalam penyelesaian aliran daya digunakan model fasa tunggal karena biasanya sistem dianggap beroperasi pada keadaan seimbang. Di tiap bus atau titik, terdapat empat variabel yaitu besar tegangan ( $|V|$ ), sudut fasa tegangan ( $\delta$ ), daya aktif ( $P$ ), dan daya reaktif ( $Q$ ). Dua dari empat variabel ini diketahui pada tiap bus dan dua yang lain diperoleh dari hasil aliran daya. Berdasarkan variabel yang diketahui dan yang akan dihitung tersebut, busbar dibagi menjadi tiga kategori, yaitu :

1. Slack Bus/ Swing Bus (Bus Berayun), dimana besar dan sudut fasa tegangan ditentukan. Bus ini menyuplai kehilangan (*loss*) daya aktif dan daya reaktif pada saluran transmisi serta

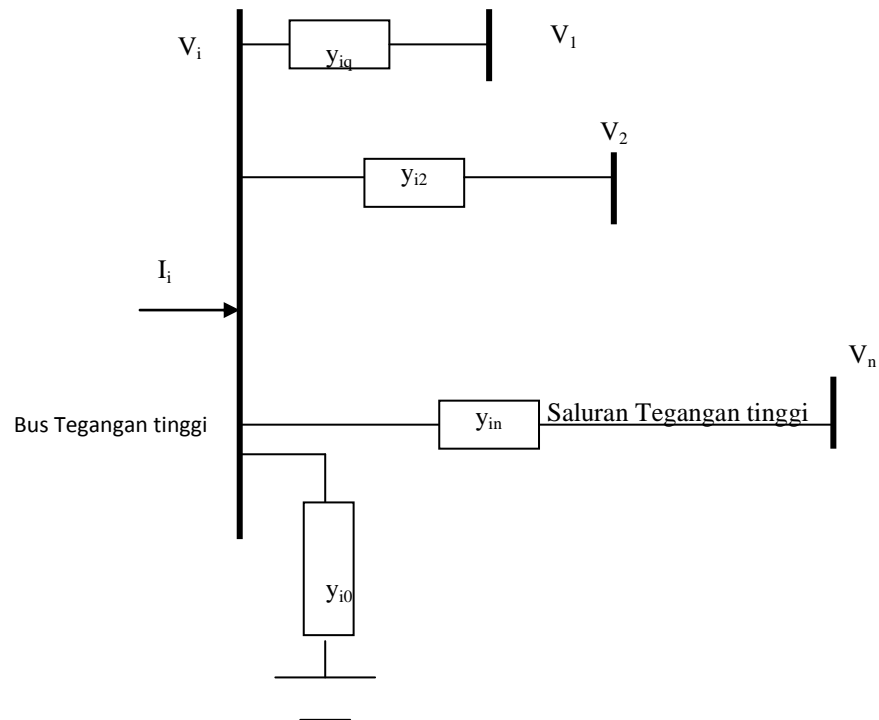
menyeimbangkan kebutuhan daya sistem. Bus ini biasanya adalah bus yang terhubung pada generator.

2. Load Bus (Bus Beban), merupakan bus dimana beban sistem terhubung. Daya aktif  $P$  dan daya reaktif  $Q$  telah ditentukan, sedangkan besar dan sudut fasa tegangan akan dihitung. Sering disebut juga bus P-Q.
3. Generator Bus/ Voltage- Controlled Bus (Bus Generator), dimana generator-generator terhubung. Pada bus generator nilai daya aktif ( $P$ ) dan besar tegangan  $|V|$  diketahui, sedangkan sudut fasa tegangan  $\delta$  dan daya reaktif  $Q$  akan ditentukan. Sering disebut juga bus P-V :

<b>Jenis Bus</b>	<b>Variabel Diketahui</b>	<b>Variabel Dihitung</b>
<i>Slack/ swing bus</i>	$V$ dan $\delta$	$P$ dan $Q$
Generator/ PV bus	$P$ dan $V$	$\delta$ dan $Q$
Load/ PQ bus	$P$ dan $Q$	$V$ dan $\delta$

### 2.3.1. Perhitungan Aliran Daya

Perhitungan aliran daya sebenarnya tidak berbeda dengan perhitungan rangkaian listrik lainnya. Misalkan suatu bus mempunyai kondisi seperti gambar berikut :



Gambar 2.1 Contoh sistem tegangan listrik Tegangan Tinggi

Dengan Hukum Arus Kirchoff didapatkan persamaan :

$$\begin{aligned}
 I_i &= y_{i0}V_i + y_{i1} (V_i - V_1) + y_{i2} (V_i - V_2) + \dots + y_{in} (V_i - V_n) \\
 &= (y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} + \dots + y_{in}) V_i - y_{i1} V_1 - y_{i2} V_2 - y_{in} V_n \dots \dots \dots (2.1)
 \end{aligned}$$

dalam bentuk deret,

$$I_i = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i \dots\dots\dots (2.2)$$

Daya aktif dan reaktif pada bus tersebut

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* \dots\dots\dots (2.3)$$

atau

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \dots\dots\dots (2.4)$$

Substitusi persamaan (2.4) ke persamaan (2.2) :

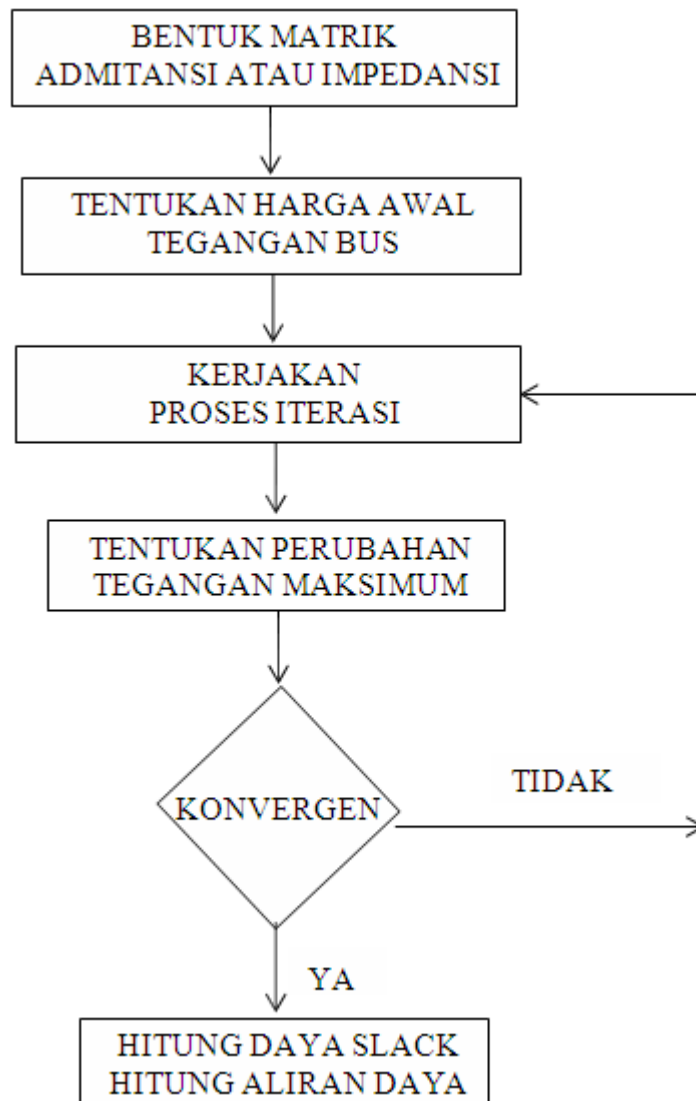
$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i \dots\dots\dots (2.5)$$

Dari hubungan di atas tampak bahwa perumusan matematis dari masalah aliran daya menghasilkan sistem persamaan aljabar nonlinier yang harus dipecahkan dengan teknik iterasi.

Untuk menyelesaikan masalah ini, telah banyak metode perhitungan n yang dikembangkan misalnya Gauss Seidel, Newton Rhapson, Fast Decoupled, dan lain-lain. Dari sekian banyak metode yang dikenal, yang paling umum pemakaiannya adalah metode Gauss Seidel dan Newton Rhapson.

### **2.3.2. Metode Penyelesaian Studi Aliran Daya**

Untuk menyelesaikan studi aliran daya, metode yang sering digunakan adalah metode *Gauss-Seidel* dan metode *Newton Raphson*. Metode *Newton Raphson* lebih cepat mencapai nilai konvergen sehingga proses iterasi yang berlangsung lebih sedikit tetapi setiap iterasinya memerlukan waktu yang relatif lebih lama, karena jumlah iterasinya sedikit, secara keseluruhan memerlukan waktu yang lebih singkat dalam penyelesaian aliran daya. Secara umum prosedur penyelesaian aliran daya dapat dilihat pada diagram alir dalam Gambar 2.9.



Gambar 2.2 Diagram Alir Perhitungan Aliran Daya (Sulasno,1993).

**2.3.3. Metode Newton Rhapson**

Dasar dari metode iterasi ini adalah Deret Taylor.

Untuk persamaan berikut :

$$f(x) = c$$

$$f(x^{(0)}) + \Delta x^{(0)} = c \dots\dots\dots (2.6)$$

Dengan  $x^{(0)}$  adalah nilai perkiraan awal dari  $\Delta x$  adalah selisih yang sangat kecil dari nilai sebenarnya. Bila dinyatakan dalam deret taylor, maka :

$$f(x^{(0)}) + \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)^{(0)} (\Delta x^{(0)})^2 + \dots = c \dots\dots\dots (2.7)$$

Bila dianggap  $\Delta x^{(0)}$  mendekati nol, maka suku-suku orde tinggi dari deret taylor dapat diabaikan sehingga menghasilkan :

$$f(x^{(0)}) + \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} \cong c \text{ atau}$$

$$c - f(x^{(0)}) - \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)}$$

$$\Delta c^{(0)} \cong \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} \dots\dots\dots (2.8)$$

Dimana :

$$\Delta c^{(0)} = c - f(x^{(0)})$$

Bila  $\Delta x^{(0)}$  dijumlahkan ke nilai perkiraan awalnya maka akan didapatkan nilai pendekatan kedua dan demikian seterusnya.

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)}$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \frac{\Delta c^{(0)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}} \dots \dots \dots (2.9)$$

Maka dapat diambil prosedur algoritma Newton-Raphson sebagai berikut :

$$\Delta c^{(j)} = c - f(x^{(j)})$$

$$\Delta x^{(j)} = \frac{\Delta c^{(j)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(j)}} \dots \dots \dots (2.10)$$

$$x^{(j+1)} = x^{(j)} + \Delta x^{(j)}$$

Persamaan (2.10) dapat disusun kembali menjadi :

$$\Delta c^{(j)} = j^{(j)} \Delta x^{(j)} \dots \dots \dots (2.11)$$

Dimana

$$j^{(j)} = \left(\frac{df}{dx}\right)^{(j)}$$

Bila sistem diperluas menjadi n buah persamaan dengan n variabel yang tak diketahui, maka dalam deret Taylor, dengan mengabaikan orde tingginya, dituliskan :

$$\begin{aligned}
 f_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right) \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right) \Delta x_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right) \Delta x_n &= c_1 \\
 f_2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right) \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right) \Delta x_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right) \Delta x_n &= c_2 \\
 \cdot & \\
 \cdot & \\
 \cdot & \\
 f_n + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right) \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right) \Delta x_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right) \Delta x_n &= c_n
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

Dalam bentuk matriks dituliskan :

$$\begin{bmatrix} c_1 - f_1 \\ c_2 - f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ c_n - f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right) & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right) & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right) \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right) & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right) & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right) & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right) & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.13)$$

Dalam bentuk lebih singkat dapat dituliskan

$$\Delta c = J^k \Delta x$$

$$\Delta x^{(k)} = \mathbf{J}^{(k)} \Delta c^{(k)}$$

Dengan  $\mathbf{J}^{(k)}$  disebut Matriks Jacobian.

Maka algoritma Newton-Raphson untuk kasus  $n$  dimensi menjadi :

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)} \dots\dots\dots(2.14)$$

#### 2.3.4. Metode Newton Raphson Untuk Solusi Aliran Daya

Salah satu metode untuk menghitung aliran daya yang terjadi dalam sistem tenaga listrik adalah metode Newton Raphson. Metode Newton Raphson dapat menyelesaikan permasalahan aliran daya untuk sistem lebih besar dengan lebih efektif. Jumlah iterasi yang diperlukan tergantung dari jumlah bus dalam sistem. Persamaan aliran daya ditulis dalam bentuk koordinat polar.

Daya yang mengalir suatu titik (bus) di dalam sistem kelistrikan dipasok dari atau mengalir ke beberapa bus lain. Parameter yang dihitung dalam hal ini adalah tegangan di suatu bus  $i$  ( $V_i$ ) dengan sudut ( $\delta_i$ ). Admittansi antara bus penerima ( $i$ ) dan bus pengirim ( $j$ ) dengan simbol  $Y_{ij}$  dan sudutnya  $\theta_{ij}$ .

Tegangan sistem disimbolkan sebagai :

$$V_j = |V_j| \angle \delta_j$$

(3.1)

Admittansi antara dua bus  $i$  dan  $j$  adalah :

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle -\theta_{ij}$$

(3.2)

Besar arus yang mengalir dari bus-bus lain ( $j$ ) ke suatu bus ( $i$ ) dapat diperoleh berdasarkan hukum kirchoff sebagai berikut :

$$I_j = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \angle -\theta_{ij} + \delta_j$$

(3.3)

Persamaan daya kompleks pada bus  $i$  adalah :

$$P_i - jQ_i = V_i^* I_i$$

(3.4)

Subtitusikan (3.3) untuk  $I_i$  ke dalam (3.4),

$$P_i - jQ_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \angle -(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$$

(3.5)

Dengan memisahkan komponen real dan imajiner, didapatkan persamaan untuk daya aktif dan daya reaktif seperti persamaan di bawah ini :

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$$

(3.6)

$$Q_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$$

(3.7)

Persamaan (3.6) dan (3.7) merupakan persamaan aljabar non-linier, dapat disusun dalam bentuk deret Taylor seperti bentuk matriks Jacobian di bawah ini :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \Delta Q_i \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_n^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \Delta |V_2|^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta |V_n|^{(k)} \end{bmatrix}$$

(3.8)

Pada persamaan di atas, bus 1 dianggap sebagai Slack Bus. Matriks Jacobian akan menunjukkan hubungan yang linier antara perubahan kecil pada sudut tegangan  $\Delta \delta_i^{(k)}$  dan nilai mutlak tegangan  $\Delta |V_i|^{(k)}$  dengan perubahan kecil terhadap daya aktif  $\Delta P_i^{(k)}$  dan reaktif  $\Delta Q_i^{(k)}$ . Komponen dari matriks Jacobian merupakan turunan parsial dari persamaan (3.6) dan (3.8), terhadap  $\Delta \delta_i^{(k)}$  dan  $\Delta |V_i|^{(k)}$ . Dalam bentuk sederhana dapat ditulis sebagai :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$

(3.9)

Komponen diagonal dan off-diagonal dari  $J_1$  adalah :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin(\theta_{ii}) - Q_i \quad j = i$$

(3.10)

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \quad j \neq i$$

(3.11)

Komponen diagonal dan off-diagonal dari  $J_2$  adalah :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = |V_i| |Y_{ii}| \cos(\theta_{ii}) + \frac{P_i}{|V_i|} \quad j = i$$

(3.12)

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = \sum_{j=1}^n |V_i| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \quad j \neq i$$

(3.13)

Komponen diagonal dan off-diagonal dari  $J_3$  adalah :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = P_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \cos(\theta_{ii} + \delta_i - \delta_j) \quad j = i$$

(3.14)

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i||V_j||Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \quad j \neq i$$

(3.15)

Komponen diagonal dan off-diagonal dari  $J_4$  adalah :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = |V_i||Y_{ii}| \sin(\theta_{ii}) + \frac{Q_i}{|V_i|} \quad j = i$$

(3.16)

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = \sum_{j=1}^n |V_i||Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \quad j \neq i$$

(3.17)

Besaran  $\Delta P_i^{(k)}$  dan  $\Delta Q_i^{(k)}$  adalah selisih dari penjadwalan dengan hasil perhitungan setiap iterasi, atau lebih dikenal dengan power residual (daya sisa). Persamaan daya sisa diberikan oleh :

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)}$$

(3.18)

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)}$$

(3.19)

Perkiraan baru untuk tegangan adalah :

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)}$$

(3.20)

$$|V_i|^{(k+1)} = |V_i|^{(k)} - \Delta |V_i|^{(k)}$$

(3.21)

Proses lengkap penyelesaian aliran daya metode Newton-Raphson adalah sebagai berikut :

1. Untuk  $PQ$  bus, dimana daya aktif dan reaktifnya diketahui, tegangan dan sudut tegangan diambil sama dengan slack bus, atau diambil 1 pu untuk tegangan dan sudut tegangan diambil 0.0. Untuk  $PV$  bus, dimana daya aktif dan tegangan diketahui, sudut tegangan diambil sama dengan slack bus atau 0.0.
2. Untuk  $PQ$  bus,  $P_i^{(k)}$  dan  $Q_i^{(k)}$  dihitung dari persamaan (3.6) dan (3.7), dan  $\Delta P_i^{(k)}$  serta  $\Delta Q_i^{(k)}$  dihitung dengan menggunakan persamaan (3.18) dan (3.19)
3. Untuk  $PV$  bus,  $P_i^{(k)}$  , dan  $\Delta P_i^{(k)}$  , dihitung dengan menggunakan persamaan (3.6) dan (3.19).
4. Elemen dari matriks Jacobian ( $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$ , dan  $J_4$ ) dihitung dengan menggunakan persamaan (3.10) - (3.17).
5. Nilai mutlak tegangan dan sudut tegangan yang baru dihitung dengan menggunakan persamaan (3.20) dan (3.21).
6. Proses terus berlanjut sampai didapatkan daya sisa  $\Delta P_i^{(k)}$  , dan  $\Delta Q_i^{(k)}$  mendekati nilai nol atau sampai keadaan konvergen.